

Escala cromàtica o temperada

Primer et proposem un problema.

Si el primer nombre d'una progressió geomètrica és 1 i el tretzè nombre de la progressió geomètrica és 2. Quina és la raó de la progressió? Quins són els 12 primers termes d'aquesta progressió?

$$a_1 = 1$$

$$a_{13} = 2$$

$$d = ?$$

Terme general de les P.A. $\rightarrow a_n = a_1 \cdot r^{(n-1)}$

Calculem la raó:

$$a_{13} = a_1 \cdot r^{(13-1)}$$

$$2 = 1 \cdot r^{12}$$

$$\frac{2}{1} = \frac{1 \cdot r^{12}}{1}$$

$$r^{12} = 2$$

$$r = \sqrt[12]{2}$$

Ara que sabem que la raó és " $r = \sqrt[12]{2}$ ", ja podem calcular els termes d' a_2 a a_{12} .

$$a_1 = 1$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 1 \cdot \sqrt[12]{2} = 1,059463$$

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^2 = 1,122462$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^3 = 1,189207$$

$$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^4 = 1,259921$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^5 = 1,334839$$

$$a_7 = a_1 \cdot r^6 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^6 = 1,414213$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^7 = 1,498307$$

$$a_9 = a_1 \cdot r^8 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^8 = 1,587401$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^9 = 1,681792$$

$$a_{11} = a_1 \cdot r^{10} = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^{10} = 1,781797$$

$$a_{12} = a_1 \cdot r^{11} = 1 \cdot \sqrt[12]{2}^{11} = 1,887748$$

$$a_{13} = 2$$

Si en comptes de que el primer terme sigui 1 és 261.63, quins serien els altres 12 termes? Calcula aquests 12 termes.

$$a_1 = 261,63$$

$$a_2 = a_1 \cdot r = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2} = 277,187$$

$$a_3 = a_1 \cdot r^2 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^2} = 293,669$$

$$a_4 = a_1 \cdot r^3 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^3} = 311,132$$

$$a_5 = a_1 \cdot r^4 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^4} = 329,633$$

$$a_6 = a_1 \cdot r^5 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^5} = 349,234$$

$$a_7 = a_1 \cdot r^6 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^6} = 370$$

$$a_8 = a_1 \cdot r^7 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^7} = 392,002$$

$$a_9 = a_1 \cdot r^8 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^8} = 415,312$$

$$a_{10} = a_1 \cdot r^9 = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^9} = 440$$

$$a_{11} = a_1 \cdot r^{10} = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^{10}} = 466,172$$

$$a_{12} = a_1 \cdot r^{11} = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^{11}} = 493,892$$

$$a_{13} = a_1 \cdot r^{12} = 261,63 \cdot \sqrt[12]{2^{12}} = 523,26$$

Ara obre l'audacity i per cadascun dels valors calculats genera un to durant un segon amb aquesta freqüència. Fixa't com ho fa el vídeo →

<https://www.youtube.com/watch?v=CtstIP2WVoc&feature=youtu.be>

- **Argumenta que les notes de l'escala cromàtica estan en progressió geomètrica.**

A l'escala temperada, la raó entre la freqüència d'una nota i l'anterior és sempre constant.

*Seria interessant que et mirassis aquesta pàgina web.

<http://www.xtec.cat/iesbellvitge/caixa/escales.htm>

- **Johann Sebastian Bach va ser el primer en utilitzar aquesta escala musical.**

No, el 1627, el matemàtic francès Mersenne en la seva obra *Armonia Universal* va formular amb precisió la relació entre longitud de corda i freqüència. Això determinaria una escala en la qual tots els intervals són iguals basada en una progressió geomètrica. A partir d'això va descobrir l'escala cromàtica.

- **Qui va ser Johann Sebastian Bach? Posa aquí l'enllaç d'alguna obra seva que t'hagi agradat.**

Johann Sebastian Bach neix el 21 de març a Eisenach, Turingia (Alemanya Oriental). Vuitè fill de Johann Ambrosius Bach, músic municipal, i Maria Elisabeth Lämmerhirt. És batejat el 23 de març.

Fou un organista i compositor de música barroca, entre moltes altres coses.

La seva primera obra es considera el cim de la música barroca, i una de les màximes expressions de la música universal.



Es va distingir per la seva profunditat intel·lectual, la seva perfecció tècnica i la seva bellesa artística, i a més per la síntesi dels diversos estils internacionals de la seva època i del passat i la seva incomparable extensió.

Bach és considerat l'últim gran mestre de l'art del contrapunt, on és la font d'inspiració i influència per a posteriors compositors i músics des de Mozart passant per Schoenberg, fins als nostres dies.

Les seves obres més importants estan entre les més destacades i transcendents de la música clàssica i de la música universal. Entre elles cal esmentar:

- Els Concerts de Brandenburg • El Clau ben temperat • La Missa en si menor • La Passió segons Sant Mateu • L'art de la fuga • L'ofrena musical • Les Cantates sacres 80, 140 i 147 • El Concert italià • L'Obertura francesa • les Suites per a violoncel sol • les Sonates i partites per a violí sol • les Suites orquestrals.

J. S. Bach - Suites para Orquesta BWV 1066 - 1069 - N. Harnoncourt

<https://www.youtube.com/watch?v=AGMJq3APDPc>

- **Quines altres escales musicals hi ha?**
- Escala diatònica. Entre les escales diatòniques destaquen com a més importants:
 - Escala major
 - Escala menor natural
 - Escala menor harmònica
 - Escala menor melòdica
 - Escala menor napolitana
- Escala cromàtica
- Escala modal; escales corresponents als modes de la música medieval i del Renaixement. Són:
 - Mode jònic
 - Mode dòric
 - Mode frigi
 - Mode lidi
 - Mode mixolidi
 - Mode eòlic
 - Mode locri
- Escala de tons
- Escala pentatònica
- Escala octatònica o Escala disminuïda
- Escala augmentada
- Escala alterada
- Escala enigmàtica
- Escala bebop

- Escala de blues
 - Escala àrab
 - Escala doble harmònica major
 - Escala zíngara
 - Escala hispano-àrab
-
- **Quina relació tenen Bach i les matemàtiques?**

L'estructura de les seves obres és pura geometria La genialitat de Bach arriba al seu zenit amb el contrapunt i la fuga, composicions en què l'estructura geomètrica és inqüestionable. Es parteix d'un o diversos temes i se'ls sotmet a transformacions geomètriques que mantenen la forma del tema: translacions, girs i simetries que confereixen a l'obra una estructura molt rígida, però en la qual el compositor va trobar una font d'inspiració. Es plantejava les fuites amb el mateix rigor estructural que un geomètrica, però els afegia una velocitat i brillantor en la improvisació, que van resultar admirables.

Informació treta de:

<https://blogbibliotecacid.wordpress.com/2016/05/02/johann-sebastian-bach-y-las-matematicas-the-art-of-fugue-bwv-1080/>